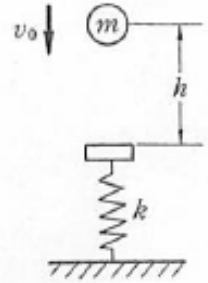


専攻	機械工学専攻	受験番号		氏名	
科目名	専門科目 (機械力学)	参考資料	一切不可		
採点欄		持込用具	関数電卓のみ使用可		

問題1 右図のように、質量  $m$  の物体を高さ  $h$  の位置から初速度  $v_0$  でばね定数  $k$  のばねに投げつけた。このとき、ばねの最大縮みおよびばねが床を押す最大の力を求めよ。



<出題意図>

重力による位置エネルギー、運動エネルギー、ばねに蓄えられるひずみエネルギーとそれらのエネルギー保存則を理解しているかを問う問題

<解答例>

(エネルギー保存則)

$$\frac{1}{2}mv^2 + \underbrace{mg(h+\delta)}_{\times 2} = \frac{1}{2}k\delta^2 \quad \delta \text{ の 2 次 方 程 式}$$

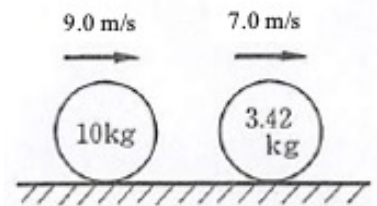
$$k\delta^2 - 2mg\delta - (mv^2 + 2mg h) = 0$$

$$\therefore \delta = \frac{mg + \sqrt{(mg)^2 + k(mv^2 + 2mg h)}}{k}$$

この時ばねに働く圧縮力  $P$  は

$$P = k\delta = mg + \sqrt{(mg)^2 + k(mv^2 + 2mg h)}$$

問題2 右図のように、右向きに  $9.0 \text{ m/s}$  の速度で運動している  $10 \text{ kg}$  の鋼球が、同様に右向きに  $7.0 \text{ m/s}$  の速度で運動している質量  $3.42 \text{ kg}$  のアルミニウム球に衝突した。衝突後のそれぞれの速度を求めよ。ただし、反発係数は  $0.45$  とし、物体の回転の影響は無視できるものとする。



<出題意図>

物体の衝突における運動量保存則と反発係数、相対速度の理解を問う問題

<解答例>

衝突後の鋼球、アルミニウム球の速度を  $v_1'$ 、 $v_2'$  とする

(運動量保存則より)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \dots \textcircled{1}$$

衝突前のアルミニウム球の鋼球の相対速度は  $v_2 - v_1$

衝突後の " "  $v_2' - v_1'$

よって反発係数  $e$  は

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \quad \dots \textcircled{2}$$

(代入より)

$$\begin{cases} 10v_1' + 3.42v_2' = 10 \times 9.0 + 3.42 \times 7.0 = 113.94 \quad \dots \textcircled{1}' \\ v_2' - v_1' = -0.45 \times (7.0 - 9.0) = 0.9 \quad \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\textcircled{2}' \text{ より } v_2' = v_1' + 0.9 \quad \dots \textcircled{3}'$$

これを  $\textcircled{1}'$  に代入して

$$10 \times v_1' + 3.42(v_1' + 0.9) = 113.94$$

$$13.42v_1' = 113.94 - 3.42 \times 0.9$$

$$\therefore v_1' = \frac{113.94 - 3.42 \times 0.9}{13.42} = 8.2609 \dots$$

$\textcircled{3}'$  に代入して

$$v_2' = 8.2609 + 0.9 = 9.1609$$

$$\therefore v_1' = 8.3 \text{ m/s}, \quad v_2' = 9.2 \text{ m/s}$$

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問題3 次の各問に答えなさい。

- (1) ある物体が半径 2.00 m の円周を 1 回転するのに 8.00 s 要した。この物体の運動の角速度と周速度を求めよ。

$$\text{角速度は } \frac{2\pi}{8.00} = 0.785 \text{ rad/s} \quad \text{周速度は } 2.00 \times \frac{2\pi}{8.00} = 1.57 \text{ m/s}$$

- (2) 静止していた円板が 2.0 s 後に 50 rpm になった。この円板の角加速度を求めよ。

$$\text{角加速度は } \frac{50 \times \frac{2\pi}{60} - 0 \times \frac{2\pi}{60}}{2.0} = 2.6 \text{ rad/s}^2$$

- (3) 半径 0.020 m の円周上を質量 2.00 kg の物体が 1.0 秒間に 200 回転している。この物体の角速度を求めよ。また、この物体に働いている遠心力を求めよ。

$$\text{角速度は } \frac{200 \times 2\pi}{1.0} = 1.2 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

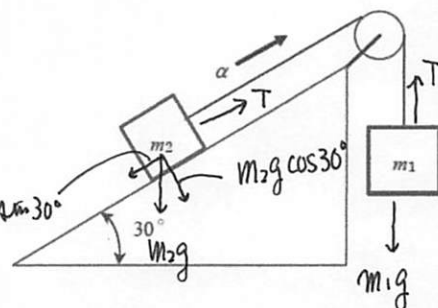
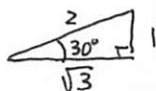
$$\text{遠心力は } 2.00 \times 0.020 \times \left(\frac{200 \times 2\pi}{1.0}\right)^2 = 63 \times 10^3 \text{ N}$$

<出題意図>

物体の円運動における角速度, 周速度, 毎分回転数, 遠心力を問う問題

問題4 右図のように、傾き 30° の斜面に質量  $m_2$  のおもりを置き、定滑車とひもを介して質量  $m_1$  ( $m_1 > m_2$ ) のおもりを取り付けたところ、質量  $m_1, m_2$  のおもりはどちらも加速度  $\alpha$  で動き始めた。なお、ひもの張力を  $T$ 、重力加速度を  $g$  とし、滑車・ひもの摩擦と質量、および斜面との摩擦は無視できるものとする。

- (1) おもり  $m_1$  の運動方程式を立てよ。  
 (2) おもり  $m_2$  の運動方程式を立てよ。  
 (3) 加速度  $\alpha$  と張力  $T$  を求めよ。



<出題意図>

物体に作用する力と運動方程式の理解を問う問題

(1)  $m_1 \alpha = m_1 g - T \dots \textcircled{1}$

(2)  $m_2 \alpha = T - \frac{1}{2} m_2 g \dots \textcircled{2}$

(3) ①より  $T = m_1 g - m_1 \alpha \dots \textcircled{3}$

これを②に代入して

$$m_2 \alpha = (m_1 g - m_1 \alpha) - \frac{1}{2} m_2 g$$

$$(m_1 + m_2) \alpha = (m_1 - \frac{1}{2} m_2) g$$

$$\therefore \alpha = \frac{m_1 - \frac{1}{2} m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$= \frac{2m_1 - m_2}{2(m_1 + m_2)} g$$

これを③に代入して

$$T = m_1 g - \frac{m_1 \times (m_1 - \frac{1}{2} m_2)}{m_1 + m_2} g$$

$$= \frac{3m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} g$$